

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – 22 febbraio 2013

Domanda 1 (punti 5).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\log(x-1)}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$$

Dominio (punti 2)	$E = (1, 2) \cup (3, +\infty)$
Positività (punti 2)	$P = (3, +\infty)$
Intersezioni (punti 1)	no

Domanda 2 (punti 5).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = e^{x^4 - 8x^2}$

Derivata prima (punti 2)	$f' = 4x \cdot (x^2 - 4) \cdot e^{x^4 - 8x^2}$	$E = \mathbb{R}$
Estremi (punti 3)	$m(\pm 2; e^{-16})$	$M(0; 1)$ cresce in $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$

Domanda 3 (punti 5).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 3}$

Derivata prima (punti 1)	$f' = \frac{4x}{(x^2 + 3)^2}$	$E = \mathbb{R}$
Derivata seconda (punti 1)	$f'' = \frac{12(1 - x^2)}{(x^2 + 3)^3}$	
Insieme di convessità (punti 2) Flessi (punti 1)	convessa in $(-1, 1)$ $F_1(-1; 1/2); F_2(1; 1/2)$	

Domanda 4 (punti 5).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{4x^4 - 4x^3 + x^2 - 2}{(x^2 - 16) \cdot (x - 3)}$$

Dominio (punti 1)	$E = \mathbb{R} / \{-4, 3, 4\}$
As. verticali (punti 2)	$x = \pm 4$ e $x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali (punti 2)	$y = 4x + 8$

Domande teoriche (punti 10)

- **La classificazione dei punti stazionari*** (punti 4)
- **Operazioni sui limiti e forme indeterminate** (punti 3)
- **Legame tra derivata e rapporto incrementale** (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



Domanda 5 (punti 6).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti):

$$\int_0^4 \frac{2\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot \log(2+2x) dx$$

Integrale definito (punti 3)	primitiva: $2\left(x - 2\sqrt{x} + 2\log(1+\sqrt{x})\right)$ $4\log 3 \approx 4,3945$
Integrale indefinito (punti 3)	$\frac{1}{2}x^2 \cdot \log(2+2x) - \frac{1}{2}\log(1+x) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + c$

Domanda 6 (punti 6). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 2x - 3y + k \cdot z = 5 \\ 4x + 2y + 3z = k \end{cases}$$

Compatibilità (punti 2)	Infinite soluzioni $\forall k \in \mathbb{R}$
Soluzioni (punti 4)	$\left(x = \frac{10 - 9z - 2k \cdot z + 3k}{16}; y = \frac{-10 - 3z + k + 2k \cdot z}{8}; z \in \mathbb{R} \right)$

Domanda 7 (punti 8). Data la funzione $z = f(x, y) = x^2 + 2x \cdot y + 4y^2 - x + 2y - 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = x + y = 3$.

Derivate parziali (punti 2)	$f_x = 2x + 2y - 1 \quad f_y = 2x + 8y + 2$
Estremi liberi (punti 3)	$m(1; -1/2) \quad z = -2 \quad H = 12$
Estremi vincolati (punti 3)	$m(7/2; -1/2) \quad \lambda = 5 \quad z = 17/4 \quad H = -6$

Domande teoriche (punti 10).

- Il teorema di Barrow-Torricelli con dimostrazione* (punti 4)
- Teorema e regola di Cramer per i sistemi lineari (punti 3)
- Classificazione dei punti stazionari (punti 3)